

ANALIZA NIEZAWODNOŚCI SIECI BEZPRZEWODOWYCH CZUJNIKÓW OPISANYCH ROZKŁADEM WEIBULLA

Marcin Bydłosz, Władysław Iwaniec, Jan Szybka
m_bydlosz@atar.edu.pl

Akademia Tarnowska, ul. Mickiewicza , 33-100 Tarnów

Streszczenie

Sieci czujników bezprzewodowych (WSN ang. Wireless Sensor Network) są jednym z podstawowych podsystemów współczesnych systemów monitorowania i sterowania. Tego typu sieci stanowią kluczowy element systemów sterowania zdarzeniowego (ang. Event-Based Control) [1].

Konserwacja predykcyjna może być zdefiniowana jako „Pomiary wykrywające początek degradacji systemu (stan obniżonej funkcjonalności), umożliwiając w ten sposób eliminację lub kontrolę szkodliwych czynników, zanim nastąpi jakiegokolwiek znaczące pogorszenie stanu fizycznego komponentu.” [2]. W konsekwencji przyjmuje się, że dla sieci czujników typową metodą konserwacji jest konserwacja prewencyjna.

Analiza niezawodności sieci czujników bezprzewodowych została przeprowadzona na podsta-

wie metody modułów przejść [3]. Założono, że wyniki pomiarów są wiarygodne, jeśli w klastrze zdalnych do pracy jest k z N czujników. Pokazana na rys.1 sieć zdarzeń została szczegółowo opisana w artykule [4].

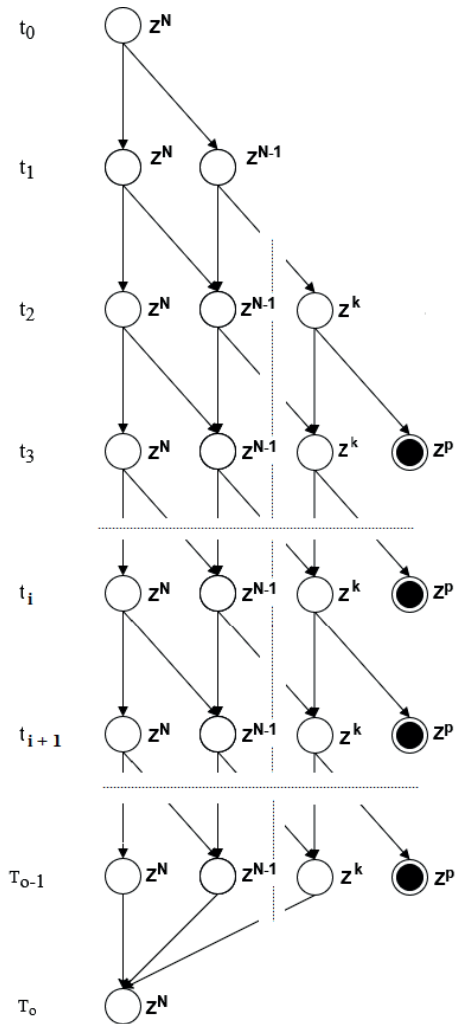
Funkcja intensywności uszkodzeń ilustruje stopień zagrożenia zmianą stanu tzn. określa, że poprawnie pracujący obiekt (czujnik) w określonych chwilach eksploatacji może zostać uszkodzony. Funkcja intensywności uszkodzeń:

$$\lambda t = - \frac{\frac{dR(t)}{dt}}{R t} \quad (1)$$

Wartość oczekiwana czasu pracy do uszkodzenia :

$$E(t) = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (2)$$

jest funkcją niezawodności czyli prawdopodobieństwem poprawnej pracy obiektu (czujnika).

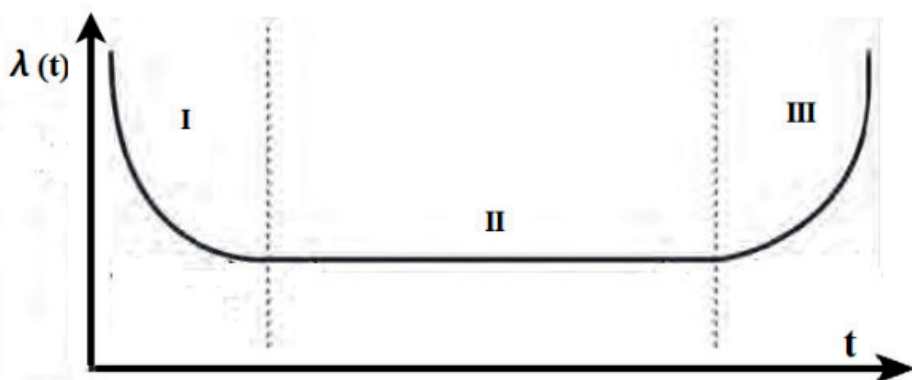


Rys. 1. Sieć zdarzeń dla modułu przejść
 Fig. 1. Event graph for the transition module

Typowy przebieg tej funkcji (rys. 2) wygląda jak krzywa wanno-
 wa, która składa się z trzech okre-
 sów:

- pierwszy okres I to początkowy czas pracy, w którym ujawniają się wady materiałowe, technologiczne i konstrukcyjne;
- drugi okres II charakteryzuje czas poprawnego funkcjonowania aż do osiągnięcia stanów granicznych wyznaczających początek okresu starzenia (w okresie tym występujące uszkodzenia mają charakter przypadkowy);
- trzeci okres III to czas pracy w którym pojawiają się uszkodzenia będące wynikiem zużycia, starzenia, korozji i zmęczenia materiałów.

Okresy pracy przedstawione na wykresie można opisać rozkładami prawdopodobieństwa między innymi rozkładem wykładniczym (okres II), rozkładem Weibull'a (okres I, II i III) czy rozkładem gamma (również okresy I, II i III). Szczególnie przydatny jest rozkład Weibull'a, który można zastosować w badaniach czujników. Interesujący jest trzeci okres eksploatacji w którym pojawiają się uszkodzenia spowodowane starzeniem czujników, a parametr kształtu przyjmuje wartości powyżej 1.



Rys. 2. Klasyczny przebieg funkcji intensywności uszkodzeń

Fig. 2. Classical damage intensity function

W pracy [5] wskazano, że wartość oczekiwana czasu pracy do uszkodzenia w rozkładzie Weibulla opisywana jest zależnością:

$$MTTF = \alpha \Gamma\left[1 + \frac{1}{\beta}\right], \quad (3)$$

gdzie Γ jest funkcją gamma Eulera.

Zależności opisujące funkcję niezawodności, intensywności uszkodzeń i gęstości dla rozkładu Weibull'a wykorzystywane w obliczeniach przedstawiono poniżej:

Funkcja niezawodności:

$$R(t) = \exp\left(-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right), \quad (4)$$

Funkcja intensywności uszkodzeń:

$$\lambda(t) = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}, \quad (5)$$

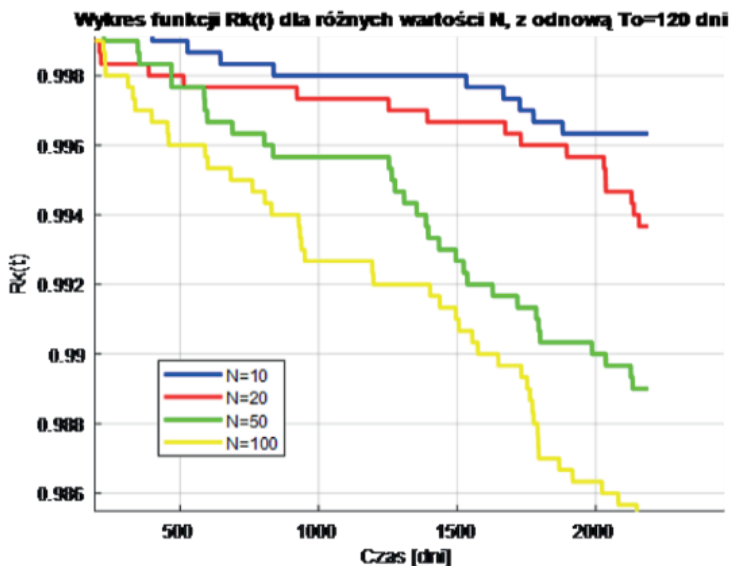
Funkcja gęstości:

$$f(t) = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}\exp\left(-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right), \quad (6)$$

gdzie α i β są parametrami opisującymi rozkład prawdopodobieństwa.

W artykule [4] wykazano, że dla $\beta=1$ (dla rozkładu wykładniczego) celowe jest oszacowanie czasu odnowy T_0 . Po upływie czasu T_0 , konieczne jest przywrócenie stanu początkowego sieci czujników.

Na podstawie przeprowadzonych symulacji wykazano możliwość tworzenia wielomianowych modeli funkcji niezawodności $R(T_0)$ oraz $R(N)$. Uzyskano zadawalające rezultaty wyznaczania T_0 zarówno dla modeli liniowych, jak i kwadratowych.

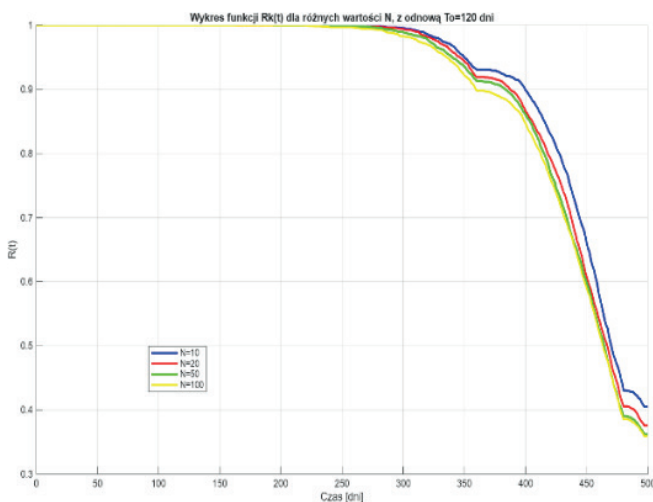


Rys. 3. Wartości funkcji $R_k(t)$ dla różnych N , $T_H = 6$ lat, $\lambda = 1/T_H$, $T_o = 120$ dni, stan pochłaniania po degradacji 3 czujników

Fig. 3. Values of the $R_k(t)$ function with renewal for the value $\lambda = 1/T_H$, $T_H = 6$ years, $T_o = 120$ days, absorbing state after degradation of 3 sensors, for different values of N

Aktualnie trwają badania dla wartości $\beta > 1$. Interesujące rezultaty uzyskano dla $\beta = 5$. Na wykresie funkcji $R_k(t)$ (rys.4) widoczne jest, że poziom niezawod-

ności jest stosunkowo wysoki do ok. 400 dni. Ten czas jest wielokrotnie krótszy, niż dla $\beta = 1$, kiedy nie uwzględniono procesu starzenia się czujników.



Rys.4. Wartości funkcji $R_k(t)$ dla różnych N , $\beta = 5$, $T_o = 120$ dni, stan pochłaniania po degradacji 3 czujników

Fig.4. Values of the $R_k(t)$ function with renewal for the value $\beta = 5$, $T_o = 120$ days, absorbing state after degradation of 3 sensors, for different values of N

Pełne wyniki badań zostaną opublikowane.

Słowa kluczowe: sieć czujników bezprzewodowych, niezawodność sieci czujników, metoda modułów przejść, rozkład Weibulla, klastry typu k z N , czas odnowy

Keywords: wireless sensor network, reliability of the sensor network, transition modules method, Weibull distribution, k -out-of- n clusters, renewal time

Bibliografia/References

[1] Hertneck M., Meister D., Allgöwer F., Current trends and future directions in event-based control, "European Journal of Control", Vol. 87, 2026, DOI: 10.1016/j.ejcon.2025.101387.

[2] Operations & Maintenance Best Practices Guide: Release 3.0, Chapter 5 https://www1.eere.energy.gov/femp/pdfs/OM_5.pdf

[3] Szybka J., Prognozowanie niezawodności urządzeń mechanicznych funkcjonujących w układach z rezerwą, Rozprawy Monografie, Wydawnictwa AGH, Nr 34, Kraków, 1996.

[4] Bydłosz M., Iwaniec W., Szybka J., Analiza niezawodności sieci bezprzewodowych czujników metodą modułów przejść, „Pomiary Automatyka Robotyka”, R. 30, Nr 1/2026, 37-44, DOI: 10.14313/PAR_259/37.

[5] Ferrisi S., Cappellari P., Guido R., Umbrello D., Ambrogio G., Application of Two-Parameter Weibull Distribution for Predictive Maintenance: A Case Study, Procedia Computer Science, Volume 253, 2025, doi.org/10.1016/j.procs.2025.02.041

RELIABILITY ANALYSIS OF WIRELESS SENSOR NETWORKS DESCRIBED BY THE WEIBULL DISTRIBUTION

Abstract

Wireless sensor networks (WSN) are one of the basic subsystems of modern monitoring and control systems. These types of networks are also the main element of Event-Based Control systems [1].

Predictive maintenance can be defined as follows: „Measurements that detect the onset of system degradation (lower functional state), thereby allowing causal stressors to be eliminated or controlled prior to any significant deterioration in the component physical state.”

The reliability analysis of the wireless sensor network was performed based on the transition module method [3]. It was assumed that the measurement results are reliable if k out of N sensors in the cluster are operational. The event network shown in Fig. 1 was described in detail in [4].

The failure rate function illustrates the degree of risk of a state change, meaning that a properly functioning object (sensor) may be damaged at specific moments during operation.

Fault rate function:

$$\lambda t = -\frac{\frac{dR(t)}{dt}}{R t} \quad (1)$$

Expected value of operating time to failure:

$$E(t) = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (2)$$

where $R(t)$ is the reliability function, i.e., the probability of correct operation of the object (sensor).

A typical course of this function (Fig. 2) resembles a bathtub curve, which consists of three periods:

- the first period, I, is the initial operating time, during which material, technological, and design defects are revealed;
- the second period, II, characterizes the time of correct operation until reaching the limit states marking the beginning of the aging period (during this period, damage occurring is random);
- the third period, III, is the operating time during which damage resulting from wear, aging, corrosion, and material fatigue occurs.

The operating periods shown in the graph can be described by pro-

bability distributions, including the exponential distribution (period II), the Weibull distribution (periods I, II, and III), or the gamma distribution (also periods I, II, and III). The Weibull distribution is particularly useful for sensor testing. Of particular interest is the third operating period, where damage due to sensor aging occurs and the shape parameter assumes values above 1.

In [5] work, the expected value of the Weibull time-to-failure distribution is described by the relationship:

$$MTTF = \alpha \Gamma[1 + \frac{1}{\beta}], \quad (3)$$

where Γ is the Euler gamma function.

The relationships describing the reliability, failure rate, and density functions for the Weibull distribution used in the calculations are presented below:

Reliability function:

$$R(t) = \exp(-(\frac{t}{\alpha})^\beta), \quad (4)$$

Failure rate function:

$$\lambda(t) = (\frac{\beta}{\alpha})(\frac{t}{\alpha})^{\beta-1}, \quad (5)$$

Density function:

$$f(t) = (\frac{\beta}{\alpha})(\frac{t}{\alpha})^{\beta-1} \exp(-(\frac{t}{\alpha})^\beta), \quad (6)$$

Alpha and beta are parameters describing the probability distribution.

In [4], it was demonstrated that for $\beta = 1$ (i.e., for the exponential distribution), it is advisable to estimate the renewal time T_0 . After the time T_0 has elapsed, it is necessary to restore the sensor network to its initial state.

Based on the conducted simulations, the possibility of constructing polynomial models of the reliability functions $R(T_0)$ and $R(N)$ was demonstrated. Satisfactory results were obtained for estimating T_0 using both linear and quadratic models.

Currently, studies are being conducted for values of $\beta > 1$. Interesting results were obtained for $\beta = 5$. In the plot of the reliability function $R_k(t)$ (Fig. 4), it can be observed that the reliability level remains relatively high for up to approximately 400 days. This period is significantly shorter than for $\beta = 1$, when the sensor aging process was not taken into account.